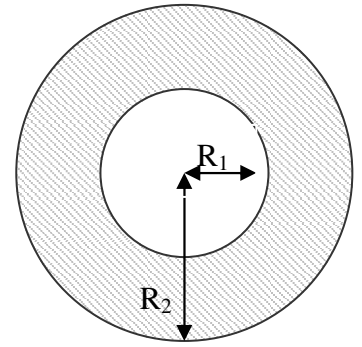


### Esercizio n.7

Una carica elettrica positiva è distribuita uniformemente con densità  $\rho$  tra due superfici sferiche concentriche di raggi  $R_1$  ed  $R_2$ .

- determinare l'espressione del campo elettrico in funzione della distanza  $r$
- calcolare la d.d.p.  $\Delta V = V_A - V_O$  tra il punto A, posto sulla superficie esterna, ed il Centro O.

$$(R_1 = 10 \text{ cm}, R_2 = 20 \text{ cm}, \rho = 2.6 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^3, \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2))$$



### Soluzione

Data la simmetria sferica del problema, applichiamo il teorema di Gauss prendendo una sfera di raggio  $r$  come superficie gaussiana.

Distinguiamo i tre casi

a)  $r < R_1$ :

$$\int_{\text{sup. sfera raggio } r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = 0 \rightarrow E = 0$$

essendo nulla la carica all'interno della superficie gaussiana

b)  $R_1 < r < R_2$ :

$$\int_{\text{sup. sfera raggio } r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left( r - \frac{R_1^3}{r^2} \right)$$

$$\text{essendo la carica all'interno della superficie gaussiana } Q_{\text{int}} = \int_{R_1}^r \rho 4\pi r'^2 dr' = \rho \frac{4}{3} \pi (r^3 - R_1^3)$$

c)  $r > R_2$ :

$$\int_{\text{sup. sfera raggio } r} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \rightarrow E 4\pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow E = \frac{\rho}{3\epsilon_0 r^2} (R_2^3 - R_1^3)$$

$$\text{essendo la carica all'interno della superficie gaussiana } Q_{\text{int}} = \int_{R_1}^{R_2} \rho 4\pi r'^2 dr' = \rho \frac{4}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3)$$

Inoltre

$$\begin{aligned} V_O - V_A &= \int_O^A \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_O^A E dr = \int_O^{R_1} E dr + \int_{R_1}^{R_2} E dr + \int_{R_2}^A E dr = 0 + \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left( r - \frac{R_1^3}{r^2} \right) dr = \\ &= \frac{\rho}{6\epsilon_0} (R_2^2 - R_1^2) + \frac{\rho R_1^3}{3\epsilon_0} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \end{aligned}$$

dove come linea di integrazione è stato scelto il cammino radiale che connette O ad A.

$$\text{Ovviamente } V_A - V_O = -(V_O - V_A)$$